ĐO LƯỜNG RỦI RO TỶ GIÁ BẰNG TIẾP CẬN LÝ THUYẾT CỰC TRỊ

TS. Trần Trọng Nguyên

Đại học Kinh tế Quốc dân

Đo lường rủi ro tỷ giá là một bước quan trọng trong công tác quản trị rủi ro của các ngân hàng thương mại và các tổ chức tài chính. Các phương pháp đo lường rủi ro hiện tại thường giả thiết phân phối của các dòng tỷ giá là phân phối chuẩn (đuôi bẹt) nên không cho ước lượng chính xác khi thị trường có những biến động bất thường. Thực tế, phân phối của các chuỗi tỷ giá thường có đuôi dầy nên mức tổn thất (nếu xảy ra) thường lớn hơn rất nhiều so với mức tổn thất tính được khi sử dụng giả thiết chuỗi tỷ giá phân phối chuẩn. Trong bài báo này chúng tôi giới thiệu một cách tiếp cận mới từ lý thuyết cực trị (EVT) có thể giúp đo lường rủi ro chính xác hơn trong trường hợp các chuỗi tỷ giá có đuôi dầy. Phương pháp này cũng có thể vận dụng trong đo lường rủi ro ở nhiều lĩnh vực đầu tư tài chính khác.

Từ khóa: Lý thuyết cực trị, rủi ro tỷ giá, giá trị rủi ro, mức tổn thất kỳ vọng.

1. Mở đầu

Trong những năm gần đây, các ngân hàng thương mại luôn phải đối đầu với những cơn bão rủi ro tài chính trong đó rủi ro tỷ giá chiếm một phần quan trọng. Việc nhận diện và đo lường rủi ro tỷ giá để từ đó có những giải pháp phòng ngừa và hạn chế rủi ro là công việc đang được ưu tiên hàng đầu. Trên thế giới đã có nhiều thước đo rủi ro được khuyến nghị sử dụng trong đó hai thước đo VaR (Value at Risk) và ES (Expected Shortfall) nổi lên như những công cụ hữu hiệu nhất (xem [1], [6]). Tuy nhiên, trong mỗi trường hợp cụ thể, việc đo VaR và ES bằng phương pháp nào tốt nhất vẫn đang còn là vấn đề được quan tâm nghiên cứu. Các phương pháp đo VaR và ES thường giả thiết các dòng tỷ giá có phân phối chuẩn (đuôi bẹt). Trên thực tế, tính phân bố chuẩn của tỷ giá không phải lúc nào cũng được thỏa mãn, nên VaR và ES không phải lúc nào cũng được ước lượng chính xác, đặc biệt khi tính chuẩn không được thỏa mãn. Trong bài báo [5] chúng tôi cũng đã giới thiệu một cách khắc phục bằng phương pháp mô phỏng lịch sử trong trường hợp thị trường tương đối ổn định. Tuy nhiên, như đã chỉ ra trong bài báo đó, khi thị trường có những biến động bất thường, phương pháp mô phỏng lịch sử không phát huy được tác dụng. Thực tế cho thấy, trong những trường hợp này phân phối của các chuỗi tỷ giá thường có đuôi dầy nên các giá trị tổn thất tính được có giá trị tuyệt đối lớn hơn rất nhiều so với giá trị tổn thất tính được khi sử dụng giả thiết phân phối chuẩn. Để tiếp tục hướng nghiên cứu đã đưa ra trong bài báo [4] và [5], trong bài báo này chúng tôi đưa ra hướng tiếp cận đo lường rủi ro tỷ giá từ lý thuyết cực trị (Extreme Value Theory – EVT); phương pháp này cũng có thể vận dụng trong đo lường rủi ro ở nhiều lĩnh vực đầu tư tài chính khác.

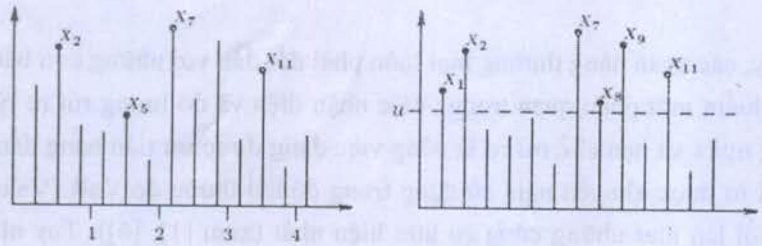
2. Lý thuyết cực trị

Giả sử biến ngẫu nhiên X đặc trưng cho lợi suất của một tài sản, có phân phối F. Khi đó lợi suất của n ngày được mô tả bởi các biến ngẫu nhiên $X_1, X_2, \ldots, X_n$, trong đó X_i là lợi suất của ngày thứ i nào đó. Rõ ràng, tổn thất xảy ra tại các điểm cực trị của dãy $\{X_i\}_{i=1}^n$. Lý thuyết cực trị chủ trương đo lường mức độ tổn thất thông qua phân phối của các giá trị cực trị này. Có hai hướng tiếp cận thường được sử dụng: Mô hình hóa các cực đại khối (Block Maximum –BM) và mô hình hóa các giá trị vượt ngưỡng (Peaks over Threshold – POT).

Phương pháp BM chia các giá trị lịch sử của X thành các khối và gọi $X_1^*, X_2^*, \ldots, X_m^*$ là cực trị của các khối này (xem hình 1). Theo kết quả của Fisher, Tippett và Gnedenko (xem [1]), khi m đủ lớn thì phân phối chuẩn hóa của lợi suất lớn nhất: $M_m = \max(X_1^*, X_2^*, \ldots, X_m^*)$ sẽ xấp xỉ với một trong các phân phối: Fréchet, Weibull hay Gumbel. Phương pháp này ít được sử dụng trong thực hành vì nó yêu cầu số quan sát rất lớn.

Phương pháp POT xét phân phối của các giá trị X vượt một ngưỡng u nào đó (xem [2]). Chẳng hạn trong hình 1 ta thấy các quan sát $X_1, X_2, X_7, X_8, X_9, X_{11}$ vượt ngưỡng u và tạo nên các sự kiện cực trị. Trong thực hành, người ta thường sử dụng phương pháp này.

Hình 1: Minh họa các khối cực đại và các giá trị vượt ngưỡng *u*.



Khi sử dụng phương pháp POT, một vấn đề đặt ra là với các giá trị của X lớn hơn u, ta phải ước lượng hàm phân phối vượt ngưỡng F_u xác định như sau:

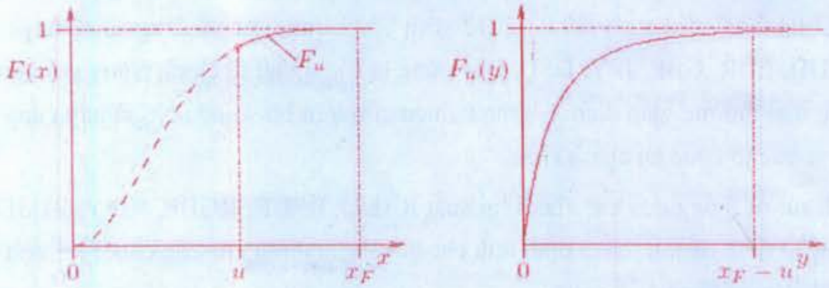
$$F_u(y) = P(X - u \le y | X > u), 0 \le y \le x_F - u. \quad (2.1)$$

Ở đây u là một ngưỡng cho trước (thường được chọn sao cho số quan sát vượt ngưỡng không quá 10% tổng số quan sát), $y = x - u$ là giá trị vượt quá ngưỡng u và $x_F = x^* = \sup(x : F(x) < 1)$. Người ta chứng minh được rằng hàm phân phối vượt ngưỡng liên hệ với hàm phân phối ban đầu theo công thức:

$$F_u(y) = \frac{F(u+y)}{1-F(u)} = \frac{F(x)-F(u)}{1-F(u)} \quad (2.2)$$

Đồ thị của các hàm này được minh họa trong hình 2.

Hình 2: Hàm phân phối F và hàm phân phối vượt ngưỡng F_u



Theo Pickands, Balkema và Haan (xem [3]): Với một lớp khá rộng các hàm phân phối F (thường gặp khi nghiên cứu trong lĩnh vực tài chính, bảo hiểm,….), khi ngưỡng u đủ lớn thì hàm phân phối vượt ngưỡng $F_u(y)$ sẽ xấp xỉ phân phối $G_{\xi,\sigma}(y)$, trong đó

$$G_{\xi,\sigma}(y)=\begin{cases}1-\left(1+\dfrac{\xi}{\sigma}y\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{nếu } \xi\neq 0\\ 1-e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{nếu } \xi=0\end{cases}$$

$G_{\xi,\sigma}(y)$ được gọi là phân phối Pareto tổng quát (General Pareto Distribution – GPD). Tham số ξ đặc trưng cho đuôi của GPD gọi là chỉ số đuôi, người ta chỉ ra rằng, với $\xi>0$ thì $G_{\xi,\sigma}(y)$ là phân phối có đuôi dầy, đây là các phân phối thường gặp trong bài toán quản trị rủi ro (xem [1]).

Như chúng ta đã biết, các độ đo rủi ro VaR_q và ES_q quan tâm đến phần đuôi của phân phối xác suất. Với mỗi $0<q<1$: $VaR_q=F_u^{-1}(q)$ và $ES_q=E[X/X>VaR_q]$. Do đó để ước lượng giá trị rủi ro VaR_q và mức tổn thất kỳ vọng ES_q chúng ta cần ước lượng hàm phân phối vượt ngưỡng: $F_u(y)\approx G_{\xi,\sigma}(y)$. Sử dụng phương pháp POT, trước tiên chúng ta dùng đồ thị Hill để chọn một ngưỡng u thích hợp, sau đó ta đi ước lượng các tham số ξ và σ của hàm GPD bằng phương pháp ước lượng hợp lý cực đại (xem [2]). Gọi $\hat{\xi}$ và $\hat{\beta}(u)=\hat{\sigma}$ là các ước lượng hợp lý cực đại của ξ và σ tương ứng, khi đó ta có thể ước lượng VaR_q và ES_q bởi các công thức sau:

$$\widehat{VaR_q}=u+\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left[\left(\frac{n}{N_u}(1-q)\right)^{-\hat{\xi}}-1\right] \qquad (2.3)$$

$$\widehat{ES_q}=\frac{\widehat{VaR_q}}{1-\hat{\xi}}+\frac{\hat{\sigma}-\hat{\xi}u}{1-\hat{\xi}} \qquad (2.4)$$

Chúng ta cũng có thể tìm được khoảng tin cậy đồng thời cho các tham số ξ,σ dựa trên thống kê: $L(\xi,\sigma)-L(\hat{\xi},\hat{\sigma})\sim\chi^2(2)$ hoặc khoảng tin cậy riêng cho từng tham số dựa trên thống kê: $2(L(\hat{\xi},\hat{\sigma})-L^*(\xi))\sim\chi^2(1)$, trong đó $L^*(\xi)=\max\limits_{\sigma}L(\xi,\sigma)$ (xem [2]).

3. Phân tích số liệu

Chúng tôi sử dụng bộ số liệu là chuỗi tỷ giá (cuối ngày) của ngân hàng thương mại cổ phần Techcombank từ ngày 02-01-2007 đến ngày 30-03-2012 gồm 1329 quan sát về 5 ngoại tệ được giao dịch thường xuyên là: AUD, EUR, GBP, JPY, USD. Đây cũng là các ngoại tệ chính trong giỏ ngoại tệ mà các ngân hàng thương mại thường giao dịch. Những nghiên cứu trên bộ số liệu tỷ giá này cũng có ý nghĩa với các ngân hàng và các tổ chức tài chính khác.

Chúng ta sẽ phân tích rủi ro thông qua các chuỗi lợi suất RAUD, REUR, RGBP, RJPY, RUSD của các chuỗi tỷ giá tương ứng. Trước tiên, ta kiểm định tính chuẩn và tính dừng của các chuỗi lợi suất này. Kết quả kiểm định được cho trong bảng 1 và bảng 2.

Bảng 1: Tổng hợp kết quả kiểm định tính chuẩn của các chuỗi lợi suất tỷ giá

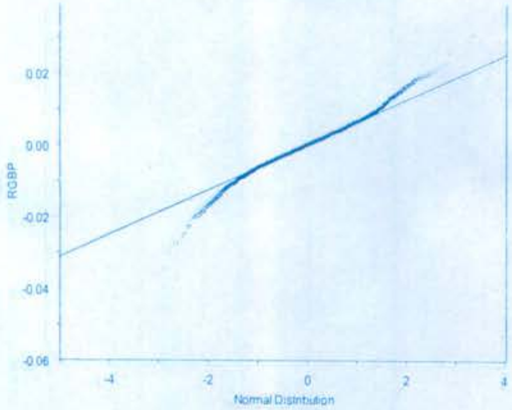
	RAUD	REUR	RGBP	RJPY	RUSD
Jarque – Bera	2053.447	357.4940	536.9120	1338.335	86888.36
Probability	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

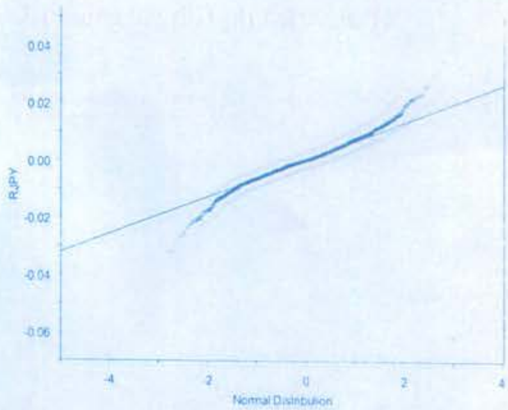
Bảng 2: Tổng hợp kết quả kiểm định tính dừng của các chuỗi lợi suất tỷ giá

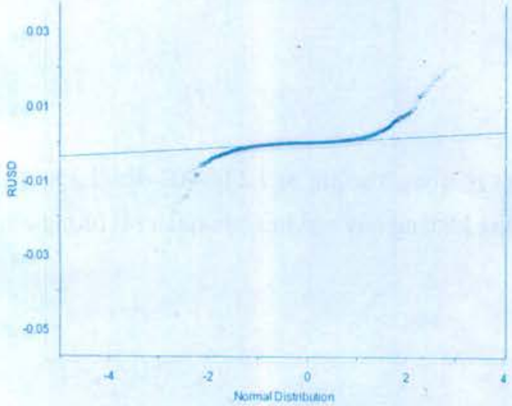
	RAUD	REUR	RGBP	RJPY	RUSD
ADF Test Statistic	-16.16754	-16.04892	-16.81322	-17.32169	-14.44966
1% Critical Value	-3.4382	-3.4382	-3.4382	-3.4382	-3.4382

Từ các kết quả kiểm định trong bảng 1, với mức ý nghĩa rất nhỏ, theo tiêu chuẩn Jarque – Bera, các chuỗi lợi suất đều không có phân phối chuẩn. Như vậy, giả thiết chuẩn của các chuỗi lợi suất không được thỏa mãn cho nên nếu sử dụng các phương pháp thông thường sẽ không cho kết quả chính xác. Trong bảng 2, với mức ý nghĩa 1%, các giá trị quan sát của thống kê Dickey - Fuller (ADF Test Statistic) đều có giá trị tuyệt đối lớn hơn các mức tới hạn (Critical Value) tương ứng, do đó các chuỗi lợi suất tỷ giá đều là chuỗi dừng. Điều này gợi ý rằng phân phối xác suất của các chuỗi lợi suất tỷ giá có thể tuân theo một phân phối xác suất nào đó mà không phải phân phối chuẩn. Để tìm hiểu kỹ hơn chúng ta đi xét đồ thị Q-Q của các chuỗi lợi suất này.

Hình 3: Đồ thị Q – Q của các chuỗi lợi suất tỷ giá







Như chúng ta đều biết, nếu các chuỗi dữ liệu có phân phối chuẩn thì đồ thị Q – Q của chúng xấp xỉ đường tuyến tính. Ở đây, đồ thị Q – Q của các chuỗi lợi suất tỷ giá đều có phần đuôi khá xa đường tuyến tính, điều đó cho thấy phân phối của các chuỗi này có đuôi nặng hơn so với phân phối chuẩn, hay chúng thuộc lớp phân phối có đuôi dầy. Vì vậy, nếu dùng giả thiết phân phối chuẩn để tính VaR và ES ta có thể thu được các ước lượng không chính xác. Để khắc phục, ở đây chúng ta sẽ sử dụng cách tiếp cận bằng lý thuyết cực trị.

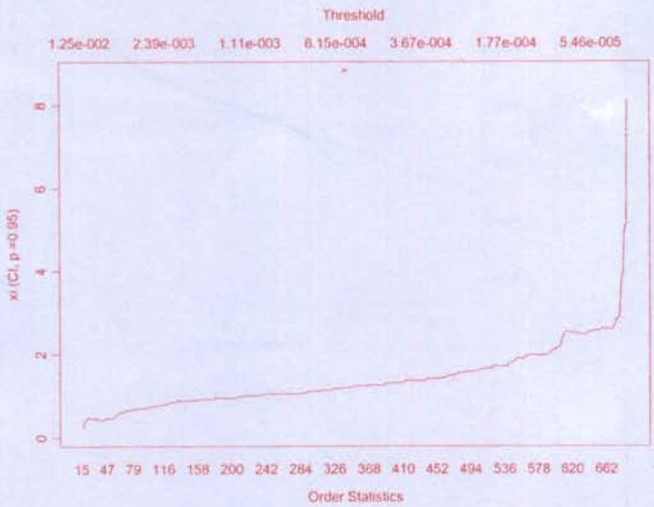
4. Đo lường rủi ro tỷ giá bằng tiếp cận lý thuyết cực trị

Trong mục này chúng tôi đo lường rủi ro của các tỷ giá trên bằng cách tiếp cận lý thuyết cực trị đã giới thiệu ở mục trên. Để minh họa, chúng tôi trình bày thuật toán trên chuỗi tỷ giá RUSD và sử dụng phần mềm S-PLUS để tính toán. Việc tính toán với các chuỗi tỷ giá khác được thực hiện tương tự.

4.1. Xác định phân phối vượt ngưỡng

Chúng tôi sử dụng phương pháp POT với sự hỗ trợ của phần mềm S-plus (xem [2]) để ước lượng phân phối vượt ngưỡng. Trước tiên, dựa vào đồ thị Hill, chúng ta sẽ chọn ngưỡng u trong miền giá trị (ước lượng) ổn định của ξ.

Hình 4. Đồ thị Hill với chuỗi RUSD



Căn cứ vào đồ thị Hill, chúng ta nhận thấy có thể chọn u trong khoảng từ 1.11e-003 đến 2.39e-003 (khoảng xung quanh 10% số quan sát). Một số giá trị u trong khoảng này với thứ bậc quan sát tương ứng như sau:

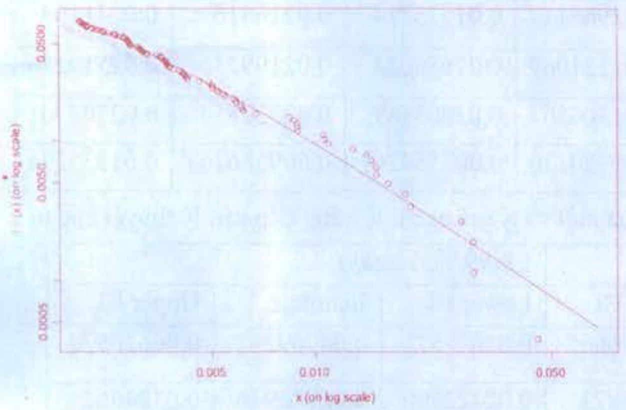
```
> hill.RUSD[idx,]
        xi orderStat   threshold
555 0.8935907      135 0.001992616
556 0.8813675      134 0.002012779
557 0.8732807      133 0.002051166
558 0.8528048      132 0.002081569
559 0.8541174      131 0.002138733
560 0.8553984      130 0.002149878
```

Để cho số giá trị vượt ngưỡng không quá ít (thông thường người ta lấy số quan sát vượt ngưỡng không quá 10% số quan sát), ta chọn ngưỡng $u = 0.002051166$ (tương ứng với thứ bậc 133 ở trên). Với giá trị u vừa tìm được, ước lượng các tham số của GPD như sau:

```
Generalized Pareto Distribution Fit --
Total of 1328 observations
Upper Tail Estimated with ml --
Upper Threshold at 0.002051166 or 7.304 % of the data
ML estimation converged.
Log-likelihood value: 449.3
Parameter Estimates, Standard Errors and t-ratios:
      Value   Std.Error   t value
  xi 0.6070    0.1688     3.5959
beta 0.0020    0.0004     5.3451
```

Như vậy, nếu chọn ngưỡng $u = 0.002051166$, thì tìm được ước lượng hợp lý cực đại cho các tham số của GPD là: $\hat{\xi} = 0.6070$, $\hat{\beta}(u) = \hat{\sigma} = 0.0020$. Đồ thị đuôi của phân phối này như sau:

Hình 5. Đuôi của phân phối GPD



4.2. Ước lượng giá trị rủi ro VaR_q và mức tổn thất kỳ vọng ES_q

Sau khi ước lượng được các tham số ξ, σ của GPD, ta sử dụng chúng để ước lượng được VaR_q và ES_q của chuỗi lợi suất tỷ giá USD. Kết quả ước lượng trên S-plus như sau:

```
> riskmeasures (gpd.RUSD, p=c(0.95, 0.99))
      p    quantile       sfall
[1,] 0.95  0.002882963  0.009133549
[2,] 0.99  0.009586265  0.026188500
```

Dựa vào kết quả ước lượng ta thấy, chẳng hạn với độ tin cậy 95%, ước lượng được VaR_q = 0.002882963 và ES_q = 0.009133549. Như vậy với độ tin cậy 95%, phần mất đi có thể có ở phiên giao dịch kế tiếp đối với tổ chức tài chính sở hữu một số ngoại tệ USD có giá trị 100 triệu đồng là 288296,3 đồng và mức tổn thất kỳ vọng vượt trên giá trị VaR_q là 9133549 đồng.

Tương tự, ta cũng có thể ước lượng khoảng tin cậy cho VaR_q và ES_q của chuỗi lợi suất tỷ giá USD ở các mức tin cậy cho trước bằng cách sử dụng các hàm gpd.q(.,.) và gpd.sfall(.,.) trên S-plus. Chẳng hạn, khoảng tin cậy cho VaR_q và ES_q của chuỗi lợi suất tỷ giá USD ở mức tin cậy 95% như sau:

```
>gpd.q(0.95, plot=T)
  Lower CI     Estimate     Upper CI
0.002657695  0.002882963  0.00320136
>gpd.sfall(0.95, plot=T)
  Lower CI     Estimate     Upper CI
0.006918856  0.009133549  0.06823067
```

Theo kết quả ước lượng ở trên với độ tin cậy 95%, thì phần mất đi có thể có ở phiên giao dịch kế tiếp đối với người sở hữu một số ngoại tệ USD có giá trị 100 triệu đồng là từ 265769,5 đồng đến 320136 đồng và mức tổn thất kỳ vọng vượt trên VaR_q là từ 691885,6 đồng đến 6823067 đồng.

Thực hiện tương tự với các chuỗi lợi suất tỷ giá khác, ta có các ước lượng VaR và ES cho một số ngoại tệ mạnh trong các bảng tổng hợp sau:

Bảng 3 : Tổng hợp kết quả ước lượng VaR của một số tỷ giá ngoại tệ bằng tiếp cận lý thuyết cực trị

	VaR(95 %, 1 ngày)			VaR(99 %, 1 ngày)		
	Lower CI	Estimate	Upper CI	Lower CI	Estimate	Upper CI
RAUD	0.01746694	0.01860554	0.02002656	0.03071099	0.03444157	0.04011277
REUR	0.02312699	0.02574844	0.02968117	0.01975714	0.0216416	0.0241164
RGBP	0.01168117	0.01237076	0.01321069	0.01980023	0.02199236	0.02519276
RJPY	0.01149241	0.01219521	0.01306567	0.02063189	0.02322854	0.02707701
RUSD	0.002657695	0.002882963	0.00320136	0.007554261	0.009586265	0.01335294

Bảng 4: Tổng hợp kết quả ước lượng ES của một số tỷ giá ngoại tệ bằng tiếp cận lý thuyết cực trị

	ES(95 %, 1 ngày)			ES(99 %, 1 ngày)		
	Lower CI	Estimate	Upper CI	Lower CI	Estimate	Upper CI
RAUD	0.02600054	0.02887073	0.03376605	0.04027571	0.04769237	0.06620579
REUR	0.02739022	0.03143193	0.0395873	0.02422996	0.02722946	0.0324962
RGBP	0.0168548	0.0184687	0.0210265	0.02514714	0.02899161	0.03838132
RJPY	0.01744059	0.01930235	0.02249601	0.02711598	0.03213256	0.04450745
RUSD	0.006918856	0.009133549	0.06823067	0.01484548	0.0261885	0.06823067

Trong bài báo [5], chúng tôi đã thực hiện hậu kiểm và chỉ ra rằng các ước lượng bằng phương pháp mô phỏng lịch sử thỏa mãn tiêu chuẩn của BIS (Bank for International Settlements). Để đánh giá phương pháp ước lượng bằng tiếp cận lý thuyết cực trị, ở đây, chúng tôi so sánh kết quả ước lượng bằng cả hai phương pháp trên cùng tập số liệu đang xét.

Bảng 5: So sánh kết quả ước lượng VaR của một số tỷ giá ngoại tệ bằng tiếp cận lý thuyết cực trị và bằng mô phỏng lịch sử

	VaR(95 %, 1 ngày)		VaR(99 %, 1 ngày)	
	EVT	Mô phỏng lịch sử	EVT	Mô phỏng lịch sử
RAUD	0.01860554	0,01596	0.03444157	0,02674
REUR	0.02574844	0,01523	0.0216416	0,01894
RGBP	0.01237076	0,01023	0.02199236	0,01328
RJPY	0.01219521	0,00926	0.02322854	0,01822
RUSD	0.002882963	0,00277	0.009586265	0,00695

Bảng 6 : So sánh kết quả ước lượng ES của một số tỷ giá ngoại tệ bằng tiếp cận lý thuyết cực trị và bằng mô phỏng lịch sử

	ES(95 %, 1 ngày)		ES(99 %, 1 ngày)	
	EVT	Mô phỏng lịch sử	EVT	Mô phỏng lịch sử
RAUD	0.02887073	0,02123	0.04769237	0,02716
REUR	0.03143193	0,01696	0.02722946	0,01928
RGBP	0.0184687	0,01198	0.02899161	0,01664
RJPY	0.01930235	0,01334	0.03213256	0,02615
RUSD	0.009133549	0,00511	0.0261885	0,01176

Từ bảng so sánh ta thấy, các ước lượng nhận được bằng phương pháp EVT lớn hơn các ước lượng nhận được bằng phương pháp mô phỏng lịch sử (về giá trị tuyệt đối). Điều này cho thấy phương pháp EVT sẽ mô tả tốt hơn các biến động bất thường trong khi phương pháp mô phỏng lịch sử nên được sử dụng khi thị trường hoạt động ổn định.

5. Kết luận và khuyến nghị

Phương pháp đo lường rủi ro tỷ giá bằng tiếp cận lý thuyết cực trị cho phép đánh giá các độ đo rủi ro VaR và ES tốt hơn trong trường hợp thị trường có những biến động bất thường. Điểm hạn chế của phương pháp này là kết quả ước lượng phụ thuộc vào việc ước lượng các tham số của hàm GPD mà kết quả ước lượng các tham số này lại phụ thuộc vào việc chọn ngưỡng *u*. Nhược điểm này khiến phương pháp EVT không dễ dàng thực hiện tự động hóa (viết thành dạng phần mềm hoặc một chương trình tự động).

Thực tế cho thấy, khi thị trường có những biến động bất thường như: động đất, núi lửa, sóng thần, chiến tranh, khủng bố,... thì tổn thất gây ra là rất lớn, có thể làm mất hoàn toàn lợi nhuận tích lũy trong nhiều năm. Do vậy, việc sử dụng cách tiếp cận lý thuyết cực trị là cần thiết trong những đầu tư dài hạn. Để vận dụng phương pháp này, chúng tôi khuyến nghị các ngân hàng và các tổ chức tài chính quy trình thực hiện như sau:

✓ Thường xuyên tiến hành đo lường rủi ro dựa trên dữ liệu cập nhật hàng ngày về tỷ giá ngoại tệ của ngân hàng và trạng thái nắm giữ từng ngoại tệ.

✓ Phân tích kết quả nhận được trên cơ sở kết hợp các phương pháp khác nhau, từ đó xây dựng kế hoạch phòng ngừa rủi ro cho ngày kế tiếp, giai đoạn kế tiếp.

✓ Thường xuyên tiến hành hậu kiểm để kiểm chứng mức độ phù hợp của mô hình.□

Tài liệu tham khảo :

1. Alexander J. McNeil, Rudiger Frey, Paul Embrechts, *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, Princeton and Oxford, 2005.

2. Eric Zivot, Jiahui Wang, *Modeling Financial Time Series with S-PLUS*, Second edition, Springer, 2006.

3. Laurens de Haan, Ana Ferreira, *Extreme Value Theory, An Introduction*, Springer, 2006.

4. Hoàng Đức Mạnh, *Ứng dụng lý thuyết cực trị trong đo lường rủi ro*, Tạp chí Kinh tế và Phát triển, số 159/II, 2010, trang 10-17.

5. Trần Trọng Nguyên, *Vận dụng phương pháp mô phỏng lịch sử trong đo lường rủi ro tỷ giá tại các ngân hàng thương mại*, Tạp chí Kinh tế và Phát triển, số 176, tháng 2/2012, trang 41-47.

6. Romain Berry, *Value-at-risk: An over view of analytical VaR*, Investment analytics and consulting, J.P.Morgan, USA, 2008, p. 7-9.